ΕΘΝΙΚΟ
ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Περιβαλλοντική Γεωτεχνική

Θεματική Ενότητα 4 – Υπόγεια Ροή

Λυμένες ασκήσεις

Εφαρμογή εννοιών υπόγειας ροής σε εδαφικά μοντέλα

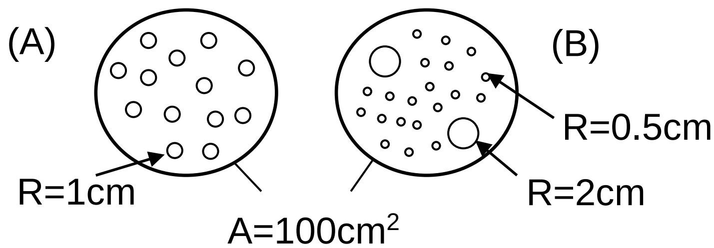
Μ. Πανταζίδου, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια ΕΜΠ
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα ΕΜΠ**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Εφαρμογή εννοιών υπόγειας ροής σε εδαφικά μοντέλα με σκοπό την κατανόηση
(α) των εννοιών παροχή – ταχύτητα και
(β) της επίδρασης της δομής των εδαφών στα υδραυλικά τους χαρακτηριστικά

Οι διατομές στο Σχήμα 1, (Α) και (Β), δείχνουν σε τομή δύο μοντέλα εδαφικών στηλών: πρόκειται για δύο συμπαγείς κυλίνδρους, στους οποίους έχουμε ανοίξει με τρυπάνι πολλά σωληνάκια. Η στήλη (Α) έχει ομοιόμορφους πόρους (όλα τα σωληνάκια έχουν την ίδια ακτίνα), ενώ η στήλη (Β) έχει ανομοιόμορφους πόρους (αφού έχουμε δύο μεγεθών σωληνάκια). Συγκεκριμένα, η διατομή (Α) έχει 13 ανοίγματα ακτίνας 1 cm, ενώ η διατομή (Β) έχει δύο ανοίγματα ακτίνας 2 cm και 20 ανοίγματα ακτίνας 0.5 cm. Η συνολική διατομή και στις δύο περιπτώσεις έχει επιφάνεια 100 cm^2.



Θα υπολογίσω ό,τι έχω μάθει στην παρουσίαση Ροή Υπόγειου Νερού, αρχίζοντας από την πιο απλή διατομή Α.

• Μέση ταχύτητα για κάθε άνοιγμα ακτίνας R

$$v_{\sigma\omega\lambda} = \frac{R^2 \rho g}{8\mu} i$$

• Παροχή για κάθε άνοιγμα ακτίνας R

$$Q_{\sigma\omega\lambda} = v_{\sigma\omega\lambda} A_{\sigma\omega\lambda}, \qquad A_{\sigma\omega\lambda} = \pi R^2 \rightarrow Q_{\sigma\omega\lambda} = \frac{R^4 \pi \rho g}{8\mu} i$$

• Η συνολική παροχή για την στήλη είναι το άθροισμα της παροχής του κάθε σωλήνα

Στήλη (Α):

$$Q_A = \sum Q_{\sigma\omega\lambda} = 13 \frac{R_1^{\,4} \pi \rho g}{8\mu} i$$

• Ταχύτητα Darcy

$$v_A = Q_A / A = \sum Q_{\sigma\omega\lambda} / A = 13 \frac{R_1^{\,4} \pi \rho g}{8\mu} \frac{i}{A}$$

Σημείωση: ενώ η $v_{σωλ}$ παραμένει ίδια, όσο μεγαλώνει η ολική επιφάνεια A, η ταχύτητα Darcy μικραίνει. Ποια από τις δύο ταχύτητες μοιάζει να περιγράφει πιστότερα πώς θα μεταφερθεί ο ρύπος με το νερό;

Ας βρούμε και την ταχύτητα διήθησης σύμφωνα με τον τύπο $v_s = v/n$

- Πορώδες

Η προσέγγιση $n = \frac{V_V}{V} = \frac{A_V}{A}$ εδώ ισχύει ακριβώς (λόγω απλής γεωμετρίας)

Και για τις δύο διατομές, $A = A_{ολικό} = 100\text{cm}^2$

Διατομή (Α): $A_V=13\pi R_1^2=40.84$ cm^2 , άρα $n_A=0.41$

- Ταχύτητα διήθησης

$$v_s = \frac{v_A}{n_A} = Q_A/(A \cdot n_A) = 13\frac{R_1^4 \pi\rho g}{8\mu}\frac{i}{A}\frac{A}{A_V} = 13\frac{R_1^4 \pi\rho g}{8\mu}\frac{i}{A}\frac{A}{13\pi R_1^2} = \frac{R_1^2 \rho g}{8\mu} i = v_{\sigma\omega\lambda}!$$

Διατομή (Β): $A_V=2\pi 2^2+20\pi 0.5^2=25.13+15.71= 40.84$ cm^2, άρα $n_B=0.41$ – οι δυο διατομές έχουν το ίδιο πορώδες!

Υπολογισμός λόγου παροχών μεταξύ των δύο διατομών

Στήλη (Β): $$Q_B = 2\frac{2^4 \pi\rho g}{8\mu} i + 20\frac{0.5^4 \pi\rho g}{8\mu} i$$

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{\frac{\pi\rho g}{8\mu} i\left(2\times 2^4 + 20\times 0.5^4\right)}{\frac{\pi\rho g}{8\mu} i\left(13\times 1^4\right)} \cong 2.6$$

Συμπέρασμα: η παροχή (και άρα η υδραυλική αγωγιμότητα) εξαρτώνται άμεσα από την κατανομή των ανοιγμάτων των πόρων και όχι από το συνολικό πορώδες. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, ακόμα κι αν η διατομή Β είχε ένα μόνο άνοιγμα ακτίνας 2 cm, και άρα πολύ μικρότερο πορώδες από τη διατομή Α, πάλι θα είχε μεγαλύτερη παροχή.

Με ποια ταχύτητα θα υπολογίσω τον χρόνο άφιξης ρύπου από τα ανάντη στα κατάντη της στήλης;

(A) $T = L/\, v_{σωλ}$ ($R_{σωλ}$ = 1cm)

Σχόλιο: καθώς όλοι οι σωλήνες έχουν την ίδια διάμετρο και, άρα, την ίδια ταχύτητα, σε κάθε σωλήνα θα κινηθεί το ίδιο γρήγορα ο ρύπος.

(B) $T = L/\, v_{σωλ}$ ($R_{σωλ}$ = 2cm)

Με άλλα λόγια, αντί για έναν μέσο χρόνο άφιξης ρύπου, τον οποίον θα υπολόγιζα αν χρησιμοποιούσα την ταχύτητα διήθησης, v_s (την οποία θα υπολόγιζα, όπως και για την στήλη Α, διαιρώντας την ταχύτητα Darcy με το πορώδες), προτιμώ να υπολογίσω τον μικρότερο χρόνο άφιξης ρύπου, χρησιμοποιώντας την μεγαλύτερη ταχύτητα στους σωλήνες με την μεγαλύτερη διάμετρο ($R_{σωλ}$ = 2cm).