ΕΘΝΙΚΟ
ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Περιβαλλοντική Γεωτεχνική

Θεματική Ενότητα 4 – Υπόγεια Ροή

Λυμένες ασκήσεις

Πρόβλημα ροής σε ανομοιογενές έδαφος

Μ. Πανταζίδου, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια ΕΜΠ
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

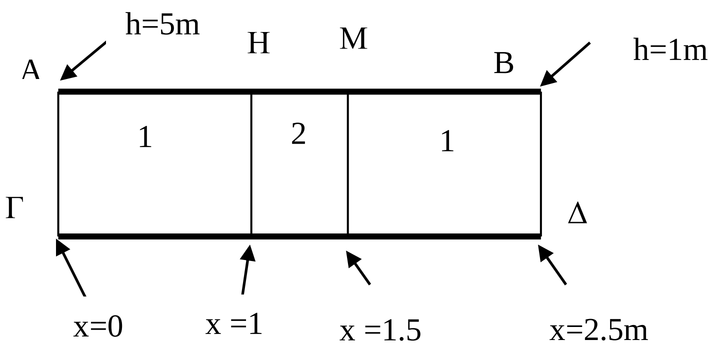
Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα ΕΜΠ**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΚΦΩΝΗΣΗ

Για το πεδίο ροής που εικονίζεται στο Σχήμα 1, να υπολογιστεί η παροχή (για επιφάνεια κάθετη στην –οριζόντια– διεύθυνση ροής ίση με 1 m^2) όταν η υδραυλική αγωγιμότητα είναι 8640 m/ημ και 432 m/ημ για τα στρώματα 1 και 2, αντίστοιχα. Επίσης, να υπολογιστεί το υδραυλικό φορτίο στα σημεία Η και Μ. Οι επιφάνειες ΑΒ και ΓΔ είναι αδιαπέρατες (συνοριακή συνθήκη: γνωστή, σταθερή παροχή, Q = 0), ενώ οι επιφάνειες ΑΓ και ΒΔ είναι ισοδυναμικές επιφάνειες (συνοριακή συνθήκη: γνωστό –όπως δίνεται στο σχήμα– σταθερό υδραυλικό φορτίο)



Σχήμα 1: Ανομοιογενές εδαφικό στρώμα και συνοριακές συνθήκες πεδίου ροής.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η ανομοιογένεια του εδάφους δεν επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε απ'ευθείας την εξίσωση για την παροχή για όλο το πεδίο ροής, αλλά μπορούμε να την χρησιμοποιήσουμε για κάθε στρώμα ξεχωριστά. Ξεκινάμε παρατηρώντας ότι η συνολική πτώση υδραυλικού φορτίου μεταξύ των επιφανειών ΑΓ και ΒΔ, ή ισοδύναμα μεταξύ των σημείων Α και Β αφού στο πρόβλημά μας οι κατακόρυφες επιφάνειες είναι και ισοδυναμικές γραμμές, ισούται με το άθροισμα της πτώσης υδραυλικού φορτίου σε κάθε ένα στρώμα:

$$\Delta h_{AH} + \Delta h_{HM} + \Delta h_{MB} = h_A - h_B = 4m$$

Παρατηρούμε επίσης ότι, λόγω συνέχειας, από κάθε στρώμα περνάει η ίδια παροχή, Q:

$$Q = Q_{AH} = Q_{HM} = Q_{MB}$$

Στη συνέχεια, γράφουμε την έκφραση που δίνει την παροχή για κάθε στρώμα ξεχωριστά:

$$Q_{AH} = k_1 \cdot \frac{h_A - h_H}{L_{AH}} \cdot A = Q_{HM} = k_2 \cdot \frac{h_H - h_M}{L_{HM}} \cdot A$$

$$\rightarrow \frac{k_1}{k_2} \times \frac{0.5m}{1m} \times \left(h_A - h_H\right) = h_H - h_M \rightarrow 10 \times \left(5m - h_H\right) = h_H - h_M \rightarrow 50m + h_M = 11h_H \qquad (1)$$

$$Q_{HM} = k_2 \cdot \frac{h_H - h_M}{L_{HM}} \cdot A = Q_{MB} = k_1 \cdot \frac{h_M - h_B}{L_{MB}} \cdot A$$

$$\rightarrow h_H - h_M = \frac{k_1}{k_2} \times \frac{0.5m}{1m} \times \left(h_M - h_B\right) \rightarrow h_H - h_M = 10h_M - 10m = \rightarrow h_H = 11h_M - 10m \qquad (2)$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2), βρίσκουμε h_M = 1.33m και h_H = 4.67m.

Σημειώνεται ότι η μεγαλύτερη πτώση υδραυλικού φορτίου (δηλαδή η μεγαλύτερη απώλεια ενέργειας) λαμβάνει χώρα στο στρώμα χαμηλότερης υδραυλικής αγωγιμότητας. Οι συνοριακές συνθήκες σε αυτό το πρόβλημα αναγκάζουν το νερό να περάσει με την ίδια ταχύτητα (αφού η παροχή πρέπει να μείνει σταθερή και η διατομή είναι σταθερή) από όλα τα στρώματα, με αποτέλεσμα να παρατηρείται η μεγάλη απώλεια ενέργειας στο χαμηλότερης περατότητας στρώμα. Αντίθετα, σε ένα πιο ρεαλιστικά ανομοιογενές, διδιάστατο ή τριδιάστατο πρόβλημα, το νερό θα κινηθεί κυρίως διαμέσου των πιο περατών στρώσεων, “αποφεύγοντας” τις λιγότερο περατές στρώσεις.

Για τη συνολική παροχή, αρκεί να υπολογίσουμε την παροχή σε ένα στρώμα:

$$Q_{AH} = k_1 \cdot \frac{h_A - h_H}{L_{AH}} \cdot A = 8640m/\eta\mu \times \frac{5m - 4.67m}{1m} \times 1m^2 \rightarrow Q = 2880m^3/\eta\mu$$

Εναλλακτικά, αν μας είχαν ζητήσει να υπολογίσουμε μόνο την παροχή, θα ήταν πιο βολικό να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση που δίνει την ισοδύναμη υδραυλική αγωγιμότητα για ροή κάθετη στη στρωματογραφία, K_p, δηλαδή την υδραυλική αγωγιμότητα που δίνει την ίδια παροχή (με το ανομοιογενές πεδίο) για ένα υποθετικό «ισοδύναμο» (ως προς την παροχή) ομοιογενές πεδίο, ίδιου συνολικού πάχους, με υδραυλική αγωγιμότητα K_p.

$$K_p = \frac{\sum_{i=1}^{m} d_i}{\sum_{i=1}^{m} d_i / K_i} = \frac{2.5m}{2 \cdot \frac{1m}{8640m/\eta\mu} + \frac{0.5m}{432m/\eta\mu}} = 1800m/\eta\mu$$

Η συνολική παροχή υπολογίζεται με την υπολογισμένη K_p και την υδραυλική κλίση του ισοδύναμου ομοιογενούς πεδίου, i_{AB} = 4m/2.5m=1.6.

$$Q = K_p \times i_{AB} \times A = 1800m/\eta\mu \times 1.6 \times 1m^2 = 2880m^3/\eta\mu$$

<u>Σχόλιο</u>: Το πεδίο ροής σε αυτό το πρόβλημα δεν είναι αντιπροσωπευτικό των συνήθων συνθηκών στο πεδίο, όπου τα στρώματα διαφορετικών εδαφών – διαφορετικής υδραυλικής αγωγιμότητας είναι οριζόντια. Έτσι, η ροή είναι συνήθως παράλληλη με την στρωματογραφία. Σ’ αυτές τις περιπτώσεις, η ροή λαμβάνει χώρα κυρίως διαμέσου των υψηλότερης Κ στρωμάτων. Μπορούμε, δηλαδή, να πούμε ότι η ροή «παρακάμπτει» τα χαμηλής Κ στρώματα (αντί να αναγκαστεί να περάσει διαμέσου αυτών, όπως σε αυτό το παράδειγμα).